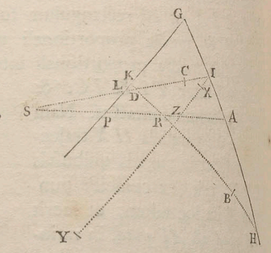
De Motu Corporum

## PROPOSITIO XXIV PROBLEMA XVI.

*Trajectoriam describere, quæ transibit per data tria puncta, & rectas duas positione datas continget.*

Dentur tangentes $HI$, $KL$ & puncta $B$, $C$, $D$. Per punctorum duo quævis $B$, $D$ age rectam infinitam $BD$ tangentibus occurrentem in punctis $H$, $K$. Deinde etiam per alia duo quævis $C$, $D$ age infinitam $CD$ tangentibus occurrentem in punctis $I$, $L$. Actas ita seca in $R$ & $S$, ut sit $HR$ ad $KR$ ut est media proportionalis inter $BH$ & $HD$ ad mediam proportionalem inter $BK$ & $KD$; & $IS$ ad $LS$ ut est media proportionalis inter $CI$ & $ID$ ad mediam proportionalem inter $CL$ & $LD$. Seca autem pro lubitu vel inter puncta $K$ & $H$, $I$ & $L$, vel extra eadem; dein age $RS$ secantem tangentes in $A$ & $P$, & erunt $A$ & $P$ puncta contactuum. Nam si $A$ & $P$ supponantur esse puncta contactuum alicubi in tangentibus sita; & per punctorum $H$, $I$, $K$, $L$ quodvis $I$, in tangente alterutra $HI$ situm, agatur recta $IY$ tangenti alteri $KL$ parallela, quæ occurrat curvæ in $X$ & $Y$, & in ea sumatur $IZ$ media proportionalis inter $IX$ & $IY$: erit, ex conicis, rectangulum $XIY$ seu $IZ$ *quad.* ad $LP$ *quad.* ut rectangulum $CID$ ad rectangulum $CLD$, id est (per constructionem) ut $SI$ *quad.* ad $SL$ *quad.* atque ideo $IZ$ ad $LP$ ut $SI$ ad $SL$. Jacent ergo puncta $S$, $P$, $Z$ in una recta. Porro tangentibus concurrentibus in $G$, erit (ex conicis) rectangulum $XIY$ seu $IZ$ *quad.* ad $IA$ *quad.* ut $GP$ *quad.* ad $GA$ *quad.* ideoque $IZ$ ad $IA$ ut $GP$ ad $GA$. Jacent ergo puncta $P$, $Z$ & $A$ in una recta, ideoque puncta $S$, $P$ & $A$ sunt in una recta. Et eodem argumento probabitur quod puncta $R$, $P$ & $A$ sunt in una recta. Jacent igitur puncta contactuum $A$ & $P$ in recta $RS$. Hisce autem inventis, trajectoria describetur ut in casu primo problematis superioris. *Q. E. F.*




In



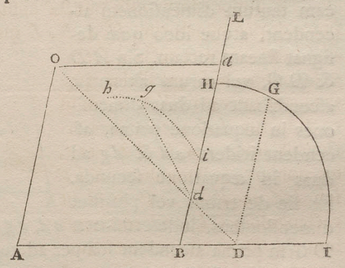
Liber Primus.

In hac propositione, & casu secundo propositionis superioris constructiones eædem sunt, sive recta $XY$ trajectoriam secet in $X$ & $Y$, sive non secet; eæque non pendent ab hac sectione. Sed demonstratis constructionibus ubi recta illa trajectoriam secat, innotescunt constructiones, ubi non secat; iisque ultra demonstrandis brevitatis gratia non immoror.

## LEMMA XXII.

*Figuras in alias ejusdem generis figuras mutare.*

Transmutanda sit figura quævis $HGI$. Ducantur pro lubitu rectæ duæ parallelæ $AO$, $BL$ tertiam quamvis positione datam $AB$ secantes in $A$ & $B$, & a figuræ puncto quovis $G$, ad rectam $AB$ ducatur quævis $GD$, ipsi $OA$ parallela. Deinde a puncto aliquo $O$, in linea $OA$ dato, ad punctum $D$ ducatur recta $OD$, ipsi $BL$ occurrens in $d$, & a puncto occursus erigatur recta $dg$ datum quemvis angulum cum recta $BL$ continens, atque eam habens rationem ad $Od$ quam habet $DG$ ad $OD$; & erit $g$ punctum in figura nova $hgi$ puncto $G$ respondens. Eadem ratione puncta singula figuræ primæ dabunt puncta totidem figuræ novæ. Concipe igitur punctum $G$ motu continuo percurrere puncta omnia figuræ primæ, & punctum $g$ motu itidem continuo percurret puncta omnia figuræ novæ & eandem describet. Distinctionis gratia nominemus $DG$ ordinatam primam, $dg$ ordinatam novam; $AD$ abscissam primam, $ad$ abscissam novam; $O$ polum, $OD$ radium abscindentem, $OA$ radium ordinatum primum, & $Oa$ (quo parallelogrammum $OABa$ completur) radium ordinatum novum.




Dico jam quod, si punctum $G$ tangit rectam lineam positione datam, punctum $g$ tanget etiam lineam rectam positione datam. Si punctum $G$ tangit conicam sectionem, punctum $g$ tanget etiam conicam sectionem. Conicis sectionibus hic circulum annumero. Porro

ISAAC NEWTON *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* LONDON, 1726 THE WARNOCK LIBRARY Octavo